Fourier Series

CTFS	**DTFS**	**FFT**
$x(t) = \sum_k x_k e^{jk\omega_0 t}$	$x(n) = \sum_{k=m}^{m+N-1} x_k e^{jk\omega_0 n}$	$x(n) = \frac{1}{N}\sum_k \texttt{fft}_k \, e^{2\pi jnk/N}$
$x_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-j\omega_0 kt}dt$	$x_k = \frac{1}{N}\sum_{n=p}^{p+N-1} x(n)e^{-j\omega_0 kn}$	$\texttt{fft}_k = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2\pi jnk/N}$
$-\infty < k < \infty$	$m \le k < m+N$	$0 \le k < N$
Period T	Period $N, \omega_0 = \frac{2\pi}{N}$	Period N

Fourier Transform

CTFT			**DTFT**		
$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)\, e^{j\omega t} d\omega$	$\leftrightarrow$	$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt$	$x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X(e^{j\omega})\, e^{jn\omega} d\omega$	$\leftrightarrow$	$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\, e^{-j\omega n}$
$X(t)$	$\leftrightarrow$	$2\pi\, x(-j\omega)$	$-$	$\leftrightarrow$	$-$
$x(t-t_0)$	$\leftrightarrow$	$e^{-jt_0\omega}X(j\omega)$	$x(n-n_0)$	$\leftrightarrow$	$e^{-jn_0\omega}\, X(e^{j\omega})$
$e^{j\omega_0 t}x(t)$	$\leftrightarrow$	$X(j(\omega-\omega_0))$	$e^{j\omega_0 n}x(n)$	$\leftrightarrow$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
$x'(t)$	$\leftrightarrow$	$j\omega X(j\omega)$	$x(n-1)$	$\leftrightarrow$	$e^{-j\omega}X(e^{j\omega})$
$x(t) * y(t)$	$\leftrightarrow$	$X(j\omega)\cdot Y(j\omega)$	$x(n) * y(n)$	$\leftrightarrow$	$X(e^{j\omega})\cdot Y(e^{j\omega})$
$x(t)\cdot y(t)$	$\leftrightarrow$	$\frac{1}{2\pi}X(j\omega) * Y(j\omega)$	$-$	$\leftrightarrow$	$-$
$\delta(t)$	$\leftrightarrow$	1	$\delta(n-k)$	$\leftrightarrow$	$e^{jk\omega}$
$e^{j\omega_0 t}$	$\leftrightarrow$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$	$e^{j\omega_0 n}$	$\leftrightarrow$	$2\pi\sum_k \delta(\omega-\omega_0-2\pi k)$
$cos(\omega_0 t)$	$\leftrightarrow$	$\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$	$-$	$\leftrightarrow$	$-$
$u(t+1)-u(t-1)$	$\leftrightarrow$	$2\frac{sin(\omega)}{\omega}$	$u(n+M)-n(n-M)$	$\leftrightarrow$	$\frac{\sin(\omega(2M+1)/2)}{\sin(\omega/2)}$

Laplace/Z Transform

LT	**ZT**
$H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-st}$	$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(n)\, z^{-n}$
$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1 \quad \mathcal{L}\{u(t)\} = \frac{1}{s}$	$\mathcal{Z}\{\delta(n)\} = 1 \quad \mathcal{Z}\{u(n)\} = \frac{1}{1-z^{-1}}$
$\mathcal{L}\{e^{-at}u(t)\} = \mathcal{L}\{-e^{-at}u(-t)\} = \frac{1}{s+a}$	$\mathcal{Z}\{a^n u(n)\} = \mathcal{Z}\{-a^n u(-n-1)\} = \frac{1}{1-az^{-1}}$

Miscellaneous

$$cos(\omega t) = \tfrac{1}{2}\{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}\} \qquad sin(\omega t) = \tfrac{1}{2j}\{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\}$$